微分・積分の公式

令和３年２月

P27 微分法の公式

	函数		導函数		注意
べき	x^n		nx^{n-1}		n　は任意の実数
三角関数	$\sin x$		$\cos x$		
	$\cos x$		$-\sin x$		
	$\tan x$		$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$=\sec^2 x$	
	$\cot x$		$-\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$=-\csc^2 x$	
	$\sec x$		$\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$	$=\tan x \sec x$	
	$\csc x$		$-\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$	$=-\cot x \csc x$	
逆三角関数	$\sin^{-1} x$	$\sin^{-1}\dfrac{x}{a}$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \sin^{-1} x \leqq \dfrac{\pi}{2}$
	$\cos^{-1} x$	$\cos^{-1}\dfrac{x}{a}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$0 \leqq \cos^{-1} x \leqq \pi$
	$\tan^{-1} x$	$\tan^{-1}\dfrac{x}{a}$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\dfrac{a}{a^2+x^2}$	
	$\cot^{-1} x$		$-\dfrac{1}{1+x^2}$		
	$\sec^{-1} x$		$\dfrac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$		$0 \leqq \sec^{-1} x \leqq \pi$
	$\csc^{-1} x$		$-\dfrac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$		$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \csc^{-1} x \leqq \dfrac{\pi}{2}$
対数函数	$\log\lvert x\rvert$		$\dfrac{1}{x}$		
	$\log_a\lvert x\rvert$		$\dfrac{1}{x\log a}$		$a>0$　　$a\neq 1$ $a=e$　のとき　$\log a=$
	$\log xy = \log x + \log y$		$\log\dfrac{x}{y} = \log x - \log y$		
指数関数	e^x		e^x		
	a^x		$a^x \log a$		$a>0$ $a=e$　のとき　$\log a = 1$
	$e^{x+y} = e^x e^y$		$e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$		

極限の定理	$\lim_{n\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$　　$\lim_{n\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$　　$e=2.71828$・・・・(自然対数の底)
	$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e$　　$\lim_{n\to 0}\frac{e^{x-1}}{x}=1$
	$\lim(x+y-z)=\lim x+\lim y-\lim z$
	$\lim(xy)=\lim x\lim y$　　$\lim\frac{x}{y}=\frac{\lim x}{\lim y}$
	$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

	函数	導函数
四則	$y=f(x)\pm g(x)$	$\frac{dy}{dx}=f'(x)\pm g'(x)$
	$y=f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx}=f'(x)\,g(x)+f(x)\,g'(x)$
	$y=\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{dy}{dx}=\frac{f'(x)g(x)-f(x)\,g'(x)}{g(x)^2}$
合成函数	$y=f(z)$　　$z=g(x)$	$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx}=f'(z)\,g'(x)$
逆関数	$y=f(x)$　　$x=g(y)$	$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}$　　$f'(x)=\frac{1}{f'(y)}$
媒介変数	$x=\phi(t)$　　$y=\psi(t)$	$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\psi'(t)}{\phi'(t)}$
対数微分法	与えられた関数の両辺の対数を取って、これを微分する方法	

P62 曲線の方程式を$y=f(x)$とし、この曲線上の点$(x1,\ y1)$における接線の方程式は

$Y-y1=f'(x1)(X-x1)$　　又法線の方程式は　　$Y-y1=-\frac{1}{f'(x1)}(X-x1)$

P78 近似値の公式

$y=f(x)$　とすると$\Delta y\fallingdotseq f'(x)\Delta x$　であるから$f(x+\Delta x)-f(x)\fallingdotseq\Delta x f'(x)$

これを書き直して　$f(x+h)-f(x)\fallingdotseq hf'(x)$　　誤差は　$\frac{dy}{y}=\frac{hf'(x)}{f(x)}$