微分応用問題解答

P73

1	$y' = 3ax^2$　であるから　$(1,\ a)$　における接線の方程式は $Y - a = 3a(X - 1)$　　よって　$Y = 3aX - 2a$ 法線の方程式は　$Y - a = -\frac{1}{3a}(X - 1)$　　よって　$Y = -\frac{1}{3a}(X - 1) + a$
2	$2y\frac{dy}{dx} = 4p$　　$\frac{dy}{dx} = \frac{2p}{y}$　であるから　$(x、y)$　における接線の方程式は $Y - y = \frac{2p}{y}(X - x)$　　法線の方程式は　$Y - y = -\frac{y}{2p}(X - x)$
3	$\frac{2x}{a^2} - \frac{2y}{b^2}\frac{dy}{dx} = 0$　　$\frac{dy}{dx} = \frac{b^2x}{a^2y}$　であるから　$(x、y)$　における接線の方程式は $Y - y = \frac{b^2x}{a^2y}(X - x)$　　$a^2y(Y - y) = b^2x(X - x)$ $a^2Y - b^2X = a^2x^2 - b^2y^2$　となる 両辺を　a^2b^2　で割ると $\frac{yY}{b^2} - \frac{xX}{a^2} = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = -1$　　したがって　$\frac{xX}{a^2} - \frac{yY}{b^2} = 1$

P78

	近似値の公式は　$f(x + \Delta x) - f(x) \fallingdotseq \Delta x f'(x)$　であるから
1	$f(x) = \sqrt{x}$　とすると　$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 近似値は　$\sqrt{1 + 0.01} - \sqrt{1} \fallingdotseq 0.01 * \frac{1}{2\sqrt{1}} \fallingdotseq 0.005$　　$\sqrt{1.01} \fallingdotseq 1.005$
2	$f(x) = \sqrt[3]{x}$　とすると　$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ 近似値は　$\sqrt[3]{125 + 5} - \sqrt[3]{125} \fallingdotseq 5 * \frac{1}{3}125^{-\frac{2}{3}} \fallingdotseq 0.0666$　　$\sqrt[3]{130} \fallingdotseq 5.0666$
3	$f(x) = \sqrt[5]{x}$　とすると　$f'(x) = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$ 近似値は　$\sqrt[5]{243 + 7} - \sqrt[5]{243} \fallingdotseq 7 * \frac{1}{5}243^{-\frac{4}{5}} \fallingdotseq 0.0173$　　$\sqrt[5]{250} \fallingdotseq 3.0173$
4	$f(x) = \log x$　とすると　$f'(x) = \frac{1}{x}$ 近似値は $\log(7.388 + 0.612) - \log 7.388 \fallingdotseq 0.612 * \frac{1}{7.388} \fallingdotseq 0.083$ $\log 8 \fallingdotseq \log 7.388 + 0.083 \fallingdotseq \log 2.718^2 + 0.083 \fallingdotseq 2.083$

P91

1	$dy = 5(a^2 - x^2)^4(-2x)dx = -10x(a^2 - x^2)^4 dx$
2	$dy = \dfrac{\cos x}{\sin x}dx = \cot x dx$
3	$dy = \left(e^x \log x + \dfrac{e^x}{x}\right)dx = e^x\left(\log x + \dfrac{1}{x}\right)dx$
4	$dy = 2(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})dx = 2(e^{2x} - e^{-2x})dx$
5	$\dfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} + \dfrac{2}{3}y^{-\frac{2}{3}}\dfrac{dy}{dx} = 0$ $\quad \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}}} = -\left(\dfrac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\quad dy = -\left(\dfrac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}dx$
6	$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{\sin x}{\cos^2 x} = \dfrac{1+\sin x}{\cos^2 x} = \dfrac{1+\sin x}{1-\sin^2 x} = \dfrac{1+\sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)} = \dfrac{1}{1-\sin x}$ $dy = \dfrac{1}{1-\sin x}dx$
	近似値の公式は $f(x+\Delta x) - f(x) \fallingdotseq \Delta x f'(x)$ であるから
7	$f(x) = \sqrt[3]{x}$ とすると $f'(x) = \dfrac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ 近似値は $\sqrt[3]{1000-3} - \sqrt[3]{1000} \fallingdotseq (-3) * \dfrac{1}{3}1000^{-\frac{2}{3}} \fallingdotseq -0.01$ $\sqrt[3]{997} \fallingdotseq 9.99$
8	$f(x) = \cos x$ とすると $f'(x) = -\sin x$ $x = \dfrac{\pi}{3}$ $\quad \Delta x = \dfrac{\pi}{180}$ とすると $\cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{180}\right) - \cos\dfrac{\pi}{3} \fallingdotseq \dfrac{\pi}{180}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ $\cos 61° \fallingdotseq \cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{180}\right) \fallingdotseq \cos\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{180}\sin\dfrac{\pi}{3} \fallingdotseq \dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{180}\dfrac{\sqrt{3}}{2} \fallingdotseq 0.4849$