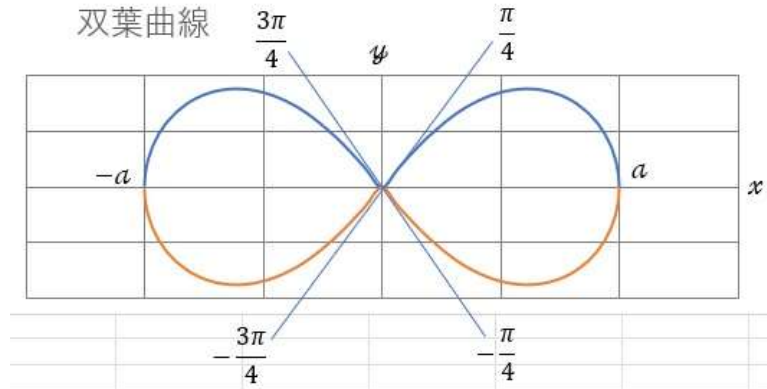


例7

双葉曲線  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  の囲む全面積

$\theta$  が  $\frac{1}{4}\pi \sim \frac{3}{4}\pi$  の間は  $\cos 2\theta < 0$  となり図はあらわれない



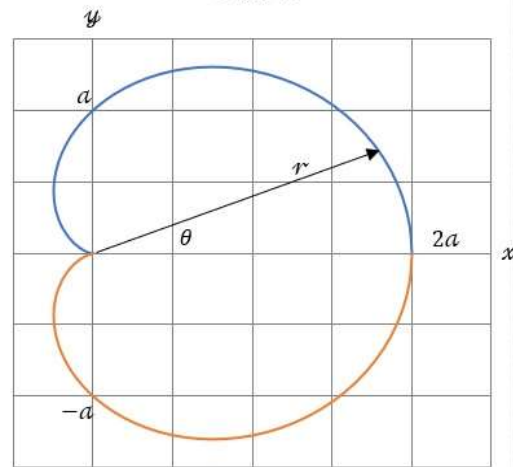
したがって求める面積は

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} r^2 d\theta = 2a^2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta d\theta = 2a^2 \cdot \frac{1}{2} [\sin 2\theta]_0^{\frac{\pi}{4}} = a^2$$

例8

心臓型  $r = a(1 + \cos \theta)$  の囲む面積

心臓型



求める面積は

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi} r^2 d\theta \\ &= a^2 \int_0^{\pi} (1 + 2\cos \theta + \cos^2 \theta) d\theta \\ &= a^2 \left[ \theta + 2\sin \theta + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 2\theta + \frac{1}{2} \theta \right]_0^{\pi} = a^2 \left( \pi + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{3}{2} a^2 \pi \end{aligned}$$